Algorithme d'Héron d'alexandrie

Il aurait vécu au cours du premier siècle après J.-C. Héron d'Alexandrie (100 ap. J.-C.) créateur d'automates, mus par l'eau, s'intéressa également à la vapeur et à l'air comprimé. Connue pour les machineries décrites dans son *Traité des pneumatiques*, on lui doit par ailleurs un projet de machine destinée à ouvrir automatiquement les portes d'un temple.

On attribue à Héron d'Alexandrie plusieurs formules mathématiques, dont une de calcul de l'aire d'un triangle à partir de la longueur de ses côtés (la formule de Héron), ainsi qu'une autre permettant d'approcher la racine carrée de n'importe quel nombre de manière récursive. Il fut aussi dans *Stereometrica* l'auteur de formules de mesures de longueur, de surface et de volume pour des objets en trois dimensions. Les recherches mathématiques de Héron d'Alexandrie visaient principalement l'aspect pratique de la mesure des objets.

Source Wikipedia

Méthode récursive pour le calcul de la racine carrée d'un réel positif

On cherche donc $x = \sqrt{a}$ avec a un réel positif.

$$\begin{aligned} \text{Soit } x^2 &= a \\ \Leftrightarrow 2x^2 &= a + x^2 \\ \Leftrightarrow 2x &= \frac{a + x^2}{x} \\ &= \frac{a}{x} + x \\ \Leftrightarrow x &= \frac{x}{2} \left(\frac{a}{x} + x \right) \end{aligned}$$

On considère donc la suite $x_{i+1} = \frac{1}{2} \left(\frac{a}{x_i} + x_i \right)$ de premier terme x_0 un nombre quelconque.

Alors $\lim_{i \rightarrow \infty} x_i = l$ avec $l = \frac{1}{2} \left(\frac{a}{l} + l \right)$ et donc $l^2 = a$

Exemple avec $x_0 = 1$ et $a = 2$.

$x_1 = \frac{1}{2}(2+1) = \frac{3}{2}$ puis $x_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{\frac{3}{2}} + \frac{3}{2} \right) = \frac{17}{12}$ soit une approximation à 2×10^{-3} .

Ainsi de suite...

Le calcul de x_3 donne une approximation de x de l'ordre de 2×10^{-6} .

La suite converge rapidement.